

Eldönthetlenség

A. Definíciók

- Egy $L \subseteq \Sigma^*$ nyelv **Turing-felismerhető**, vagy **rekurzívan felsorolható** ha $L = L(M)$ valamely M Turing-gépre. A rekurzívan felsorolható nyelvek osztályát RE -vel jelöljük.
- Egy $L \subseteq \Sigma^*$ nyelv **eldönthető**, vagy **rekurzív** ha létezik olyan M Turing-gép, mely minden bemeneten megáll és $L = L(M)$. A rekurzív (eldönthető) nyelvek osztályát pedig R -rel jelöljük.
- Egy M Turing-gép **kódja** (jelölése $\langle M \rangle$): Ha $M = (Q, \{0, 1\}, \Gamma, \delta, q_0, q_i, q_n)$, ahol $Q = \{p_1, \dots, p_k\}, \Gamma = \{X_1, \dots, X_m\}, D_1 = R, D_2 = L, D_3 = S$, akkor egy $\delta(p_i, X_j) = (p_r, X_s, D_t)$ átmenet kódja $0^i 10^j 10^r 10^s 10^t$. $\langle M \rangle$ az átmenetek kódjainak felsorolása 11-el elválasztva.
- $\langle M, w \rangle = \langle M \rangle 111w$
- Néhány az előadáson tanult nevezetes nyelv:
 $L_{\text{átló}} = \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle \notin L(M)\}$.
 $L_u = \{\langle M, w \rangle \mid w \in L(M)\}$.
 $L_{\text{halt}} = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ megáll a } w \text{ bemeneten}\}$.

B. Tételek

- $L_{\text{átló}} \notin RE$
- $L_u \in RE, L_u \notin R$
- $L_{\text{halt}} \in RE, L_{\text{halt}} \notin R$
- Ha $L \in R$, akkor $\bar{L} \in R$.
- Ha $L \in RE$ és $\bar{L} \in RE$, akkor $L \in R$.

C. Visszavezetés

C1. Definíció

- $f : \Sigma^* \rightarrow \Delta^*$ **kiszámítható**, ha van olyan Turing-gép, ami kiszámítja. (lásd szófüggvényt kiszámító TG-ek)
- $L_1 \subseteq \Sigma^*$ **visszavezethető** $L_2 \subseteq \Delta^*$ -ra, ha van olyan $f : \Sigma^* \rightarrow \Delta^*$ kiszámítható szófüggvény, hogy $w \in L_1 \Leftrightarrow f(w) \in L_2$. Jelölés: $L_1 \leq L_2$

C2. Tételek

- Ha $L_1 \leq L_2$ és $L_1 \notin RE$, akkor $L_2 \notin RE$.
- Ha $L_1 \leq L_2$ és $L_1 \notin R$, akkor $L_2 \notin R$.

D. Egy konkrét eldönthetetlen nyelv

Post megfelekezési probléma: Legyen Σ egy véges abc. Post megfelekezési problémájának egy bemenete egy (s, t) ($s, t \in \Sigma^*$) alakú rendezett párokból álló véges H halmaz. A megfelekezési feladat egy H bemenetét megoldhatónak nevezzük, ha vannak olyan (nem feltétlenül különböző) H -beli $(s_1, t_1), (s_2, t_2), \dots, (s_n, t_n)$ párok úgy, hogy $s_1 s_2 \dots s_n = t_1 t_2 \dots t_n$, Ilyenkor az $s_1 s_2 \dots s_n$, vagy ami ugyanaz, a $t_1 t_2 \dots t_n$ szót a H megoldásának nevezzük.

$$L_D = \{\langle D \rangle \mid \text{a } D \text{ dominókészletnek van megoldása}\} \notin R$$